2장. 데이터 전송기술과 전송미디어

2-1 데이터 전송과 신호의 개념

신호의 개념 (1)

- 신호(signal)란?
  - 정보의 전송은 실제로는 신호의 전송 과정
  - 신호란 정보의 전송과 관련된 개념으로, 전자기 신호는 전압이나 전류에 대한 파형으로 나타남
  - 신호는 에너지 신호와 전력 신호, 랜덤 신호와 결정 신호, 주기신호와 비주기 신호 등으로 구분

신호의 개념 (2)

- 전자기 신호의 표현

$$f(t) = A\cos(\omega t + \theta) \qquad (2.1)$$

A : 진폭 $\qquad$ θ : 위상

ω : 위상변화율 또는 각주파수

주파수frequency f와 각주파수 ω 사이에는 언제나 $\omega = 2\pi f$의 관계가 성립

- 시간의 역수가 주파수(=단위시간당 신호의 사이클 수)가 되고, 이러한 관계를 이용하면 식 (2.1)이 식 (2.2)처럼 변형됨

$$\begin{aligned} f(t) &= A\cos(\omega t + \theta) \\ &= A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \theta\right) \qquad (2.2) \\ &= A\cos(2\pi f t + \theta) \end{aligned}$$

신호의 개념 (3)

- 퓨리에(Fourier) 원리
  - 19세기초 프랑스 수학자
  - 임의의 특성을 갖는 신호함수는 이미 그 특성이 잘 알려진 사인과 코사인 함수의 함으로 나타낼 수 있음

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega_0 t$$

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)dt$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\cos n\omega_0 t\, dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\sin n\omega_0 t\, dt$$

푸리에 급수

신호의 개념 (4)

- 퓨리에(Fourier) 원리 (계속)
  - 퓨리에 급수(Fourier Series)
    - 제한된 시간 영역, 즉 $t_1 < t < t_2$에서 정의될 때 사용
    - 주기성을 갖는 경우 시간 영역의 제한 없이 확장 적용
  - 퓨리에 변환(Fourier Transform)
    - 주기성을 갖지 않는 일반 함수가 시간상의 제한 없이 사용되는 경우

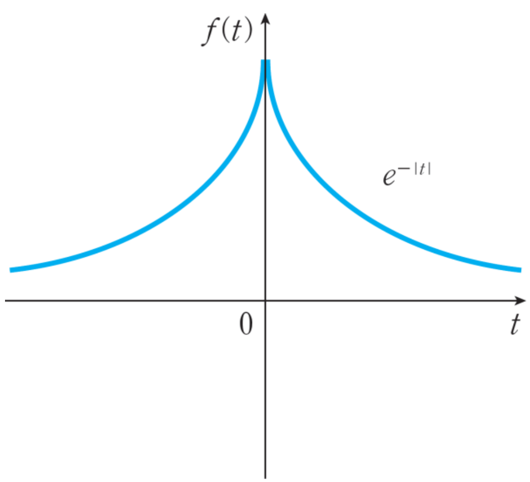
$$f(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-jwt} dt \qquad \text{푸리에 변환}$$

신호의 분류와 신호 표현(1)

- 에너지 신호 (energy signal)
  - 한정된 시간구간에만 존재하는 펄스와 같은 신호들을 말하며, 식 (2.3)과 같이 계산된 적분값이 유한한 값을 갖는 경우를 에너지 신호로 정의함

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2<\infty \quad (2.3)$$

  - 신호가 무한 시간에 걸쳐 존재하더라도 제한된 시간구간 내에 에너지의 대부분이 집중되어 있는 경우에 에너지 신호가 됨
  - [그림 2-3] 에너지 신호의 예



신호의 분류와 신호 표현(2)

- 전력 신호(power signal)
  - 식 (2.3) 으로 구해지는 값이 비록 유한한 값을 갖지 않는 경우라 하더라도, 평균전력이 유한한 값을 갖는 신호
  - 신호에 대한 평균전력

$$P_{ave} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f(t)|^2 \qquad (2.4)$$

  - (2.5)식과 같이 시간간격을 정하고 T를 충분히 큰 값을 갖도록 변형한 후, 이 값이 유한한 값을 갖는 신호가 전력신호가 됨

$$0 < \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{1}{T}}^{\frac{1}{T}} |f(t)|^2 < \infty \qquad (2.5)$$

신호의 분류와 신호 표현(3)

- 주기성에 의한 분류
  - 주기신호: 일정 시간 후에 정확히 그 신호가 반복되는 신호

$$f(t+T)=f(t) \quad (\text{모든 } t\text{에 대하여}) \qquad (2.6)$$

  - 비주기 신호
- 랜덤 신호(random signal) / 결정 신호(deterministic signal)
  - 랜덤 신호(random signal) : 과거에 관측된 신호를 바탕으로 앞으로 발생하는 신호를 예측할 수 없는 신호
  - 결정 신호(deterministic signal) : 신호 값에 불확실성이 포함되어 있지 않은 신호

신호의 분류와 신호 예제(1)

예제 2-1

$f(t) = \cos 2t$로 표현되는 신호는 에너지 신호인가, 혹은 전력 신호인가? 에너지 신호이면 에너지값을, 전력 신호이면 평균전력값을 구하라.

풀이

식 (2.3)에 신호함수를 대입하여 적분값을 계산하면 결과값이 유한한 값을 갖지 못하므로, 이 신호는 에너지 신호가 아닌 전력 신호이다. 이제 전력값을 구해보자.

$\omega_0 = 2$이므로 $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi$가 되고, $\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1+\cos 2\theta)$이므로 평균전력값은

$$P = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 = \frac{1}{T}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 2t = \frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2}(1+\cos 2t) = 1\,[\mathrm{W}]$$

가 된다.

신호의 분류와 신호 예제(2)

예제 2-2

$f(t)=4\sin^2 t$로 표현되는 신호는 주기 신호인가? 만약 주기 신호라면 신호의 주기를 구하라.

풀이

삼각함수의 표현에 따르면 $\sin^2\theta=\frac{1}{2}(1-\cos 2\theta)$이므로 $4\sin^2 t=\frac{4}{2}(1-\cos 2t)=2-2\cos 2t$가 되어, 주어진 신호는 주기 신호임을 알 수 있다.

이제 주기를 구해보면, 위 식에서 $\omega_0=2$이므로 신호의 주기는

$$T=\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{2\pi}{2}=\pi\approx 3.14\,[\text{초}]$$

가 된다.

신호의 분류와 신호 예제(3)

예제 2-3

신호함수 $f(t)=t^2(0<t<2)$을 삼각함수를 이용한 푸리에 급수로 나타내고, 그 의미를 설명하라.

풀이

먼저 ω_0와 주기 T를 구한다.

$$\omega_0=\frac{1}{t_2-t_1}=\frac{2\pi}{2}=\pi,\quad T=t_2-t_1=2 \tag{2.7}$$

다음으로 각 계수를 구한다.

$$a_0=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)dt=\frac{1}{2}\int_0^2 t^2 dt=\frac{4}{3}$$

$$a_n=\frac{2}{2}\int_0^2 t^2\cos n\pi t\,dt=\frac{4}{(n\pi)^2} \tag{2.8}$$

$$b_n=\frac{2}{2}\int_0^2 t^2\sin n\pi t\,dt=-\frac{4}{n\pi}$$

결과로부터 삼각함수를 이용한 푸리에 급수를 구한다.

$$f(t)=\frac{4}{3}+\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\cos n\pi t-\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\pi t \tag{2.9}$$